

La potenza formativa della matematica negli studenti speciali. Esempi di matematica avanzata

Elisabetta Monari Martinez
Università di Padova

elisabettamonari@gmail.com

Quali studenti speciali?

Adolescenti con sindrome di Down (DS) che vivevano in Veneto ed in Lombardia e che frequentavano le scuole medie o le scuole superiori.

Non veniva fatta alcuna preclusione: tutti potevano partecipare, purché lo volessero.

Tutti riuscivano a scrivere le cifre dei numeri da 0 a 9 ed a comunicare verbalmente il minimo. Alcuni avevano difficoltà a contare, a leggere e a scrivere.

Quale matematica avanzata?

ALGEBRA:

Espressioni con numeri positivi e negativi

Equazioni algebriche di primo grado.

Soluzione di problemi con equazioni.

GEOMETRIA ANALITICA:

Piano cartesiano, distanza di due punti,
equazione di una retta

APPLICAZIONE AD ALTRE SCIENZE

Perché studiare la matematica avanzata?

Perché tutti hanno il diritto di condividere la cultura della propria comunità (Comenius, 1592-1670).

Perché è interessante e formativa.

Perché i compagni di scuola la studiano.

Infatti l'**inclusione scolastica**, in vigore in Italia dal 1977, dà la motivazione sia all'insegnante che allo studente.

Perché l'inclusione scolastica è fondamentale per questi studi?

Perché dà la motivazione sia agli insegnanti che allo studente per provare e fornisce gli argomenti di studio.

L'insegnante di sostegno con l'aiuto dell'insegnante della classe svolge l'adattamento del programma.

Spesso anche le famiglie richiedono questi studi e sono coinvolte positivamente.

Difficoltà di apprendimento nella DS

(Faragher & Clarke, 2014, Educating Learners with DS)

Difficoltà nella memoria di lavoro verbale maggiori che nella memoria di lavoro visuo-spaziale che invece è un punto di forza (UTILI SUPPORTI VISIVI).

Meno difficoltà nella memoria a lungo termine esplicita (conscia). Difficoltà a ricordare le sequenze, che però vengono ricordate nel giusto ordine. Instabilità della memoria (AIUTA LA MOTIVAZIONE)

La memoria implicita (inconscia) sembra preservata (IMPARANO FACENDO)

Difficoltà di linguaggio nella DS

Particolare difficoltà e ritardo nel linguaggio espressivo verbale, dovuto sia alle difficoltà di memoria di lavoro verbale che alle difficoltà articolatorie.

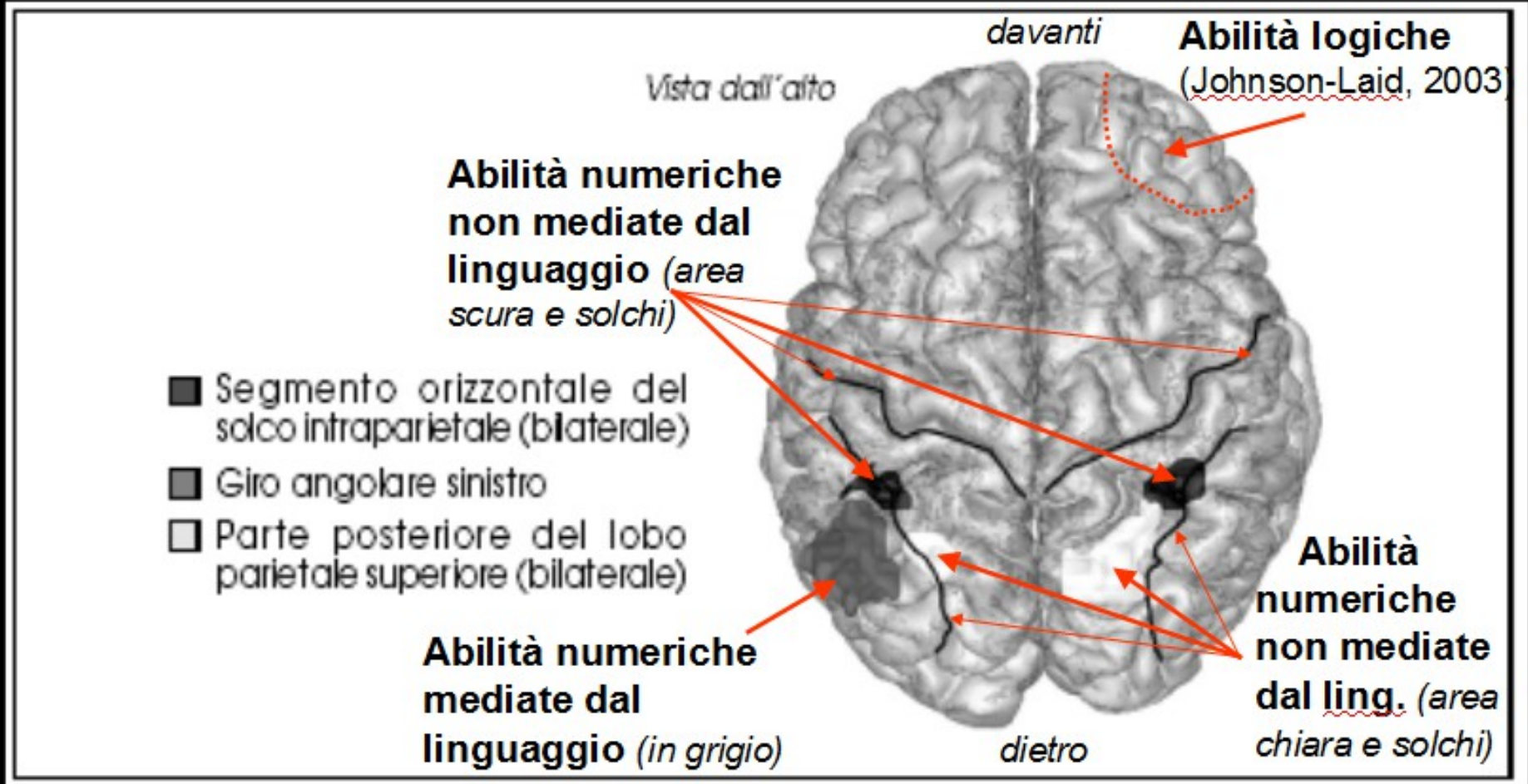
Difficoltà a costruire le frasi.

Meno difficoltà nel linguaggio ricettivo
(CAPISCONO PIU' DI QUANTO
RIESCONO A DIRE. AIUTANO I GESTI E
LE IMMAGINI)

E LA MATEMATICA?

Aree corticali specializzate nell'elaborazione dei numeri.

Zorzi M. (2004) La rappresentazione mentale dei numeri. *Difficoltà in matematica*, 1 (1), 57-69



Contare

5 principi di

Gelman – Gallistel, 1978


1 -

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Riconoscere le cifre e il loro ordine

2 -

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---


Corrispondenza 1 a 1 di oggetti e numeri

3 -

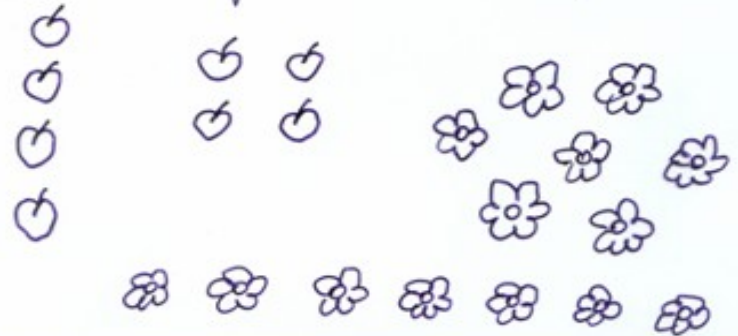
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

 =

6

Ultimo numero indica la quantità, cioè la cardinalità

4 - Si può fare con qualunque collezione di oggetti, in qualunque ordine spaziale



5 -


1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

 =


1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

 = 


1




2

 =


3



2



1


Non importa l'ordine di conteggio

6 - Dammi X oggetti ?

Fasi del conteggio secondo K. Fuson (1992)

- **Sequenza numerica come stringa:** conosce la sequenza, ma non sa contare;
- **Sequenza come lista non divisibile:** conta solo in ordine crescente e solo partendo da 1;
- **Sequenza come catena divisibile:** può contare oggetti iniziando da qualsiasi numero. Ciò permette di sommare facilmente due numeri, corrispondenti a due insiemi;
- **Sequenza come catena numerabile:** le parole numero sono considerate come unità distinte e numerabili. Non c'è più bisogno di oggetti concreti e usa le dita per tenere a mente gli addendi;
- **Sequenza come catena bidirezionale:** conta a partire da qualsiasi numero e anche in senso decrescente. Ciò permette di sottrarre.

Ipotesi di Piaget sullo sviluppo del concetto di numero (1941)

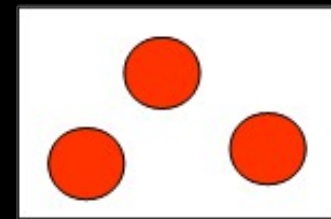
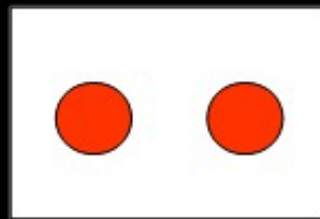
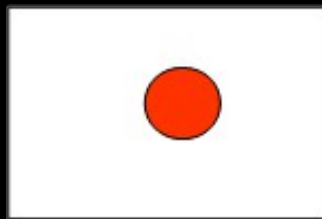
- Il concetto di numero è correlato allo sviluppo della logica, nello stadio dell'intelligenza operatoria concreta (7-12 anni);
- Il concetto di numero segue l'acquisizione della capacità di conservazione delle quantità discrete e di seriazione; per esempio



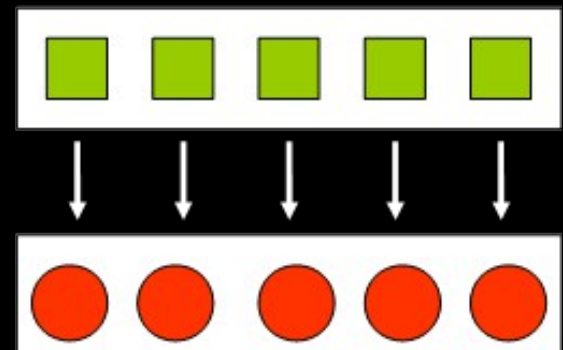
- Prima si apprende il numero come cardinale e poi come ordinale;
- Le teorie di Piaget hanno causato un ritardo nella presentazione dei numeri ai bambini in Francia e in Italia, mentre il conteggio è fondamentale per l'acquisizione del concetto di numero (Baroody)

Rappresentazione cardinale dei numeri (Frege, Russell)

- SUBITIZING: Percezione immediata della quantità (senza bisogno di contare)



- Due insiemi hanno la stessa cardinalità (numerosità) se esiste un'applicazione biettiva da uno all'altro, cioè



Modello cognitivo del

calcolo mentale di Dehaene (1992)

I numeri possono essere rappresentati mentalmente in codici differenti: verbale uditivo, arabo visivo e come grandezza analogica (*per es. a pallini*) e quindi vengono elaborati da

- **Abilità numeriche verbali:** conta, tabelline....
- **Abilità numeriche in cifre:** calcolo di numeri a più cifre;
- **Abilità numeriche di tipo analogico:** subitizing, calcolo approssimato, stima, confronto di quantità. Sono abilità precedenti al linguaggio. Questo, secondo Butterworth, è il **nucleo centrale** della rappresentazione dei numeri, come è stato dimostrato con simulazioni al computer da Zorzi et al. (2004)

Linea dei numeri (E.Monari Martinez, 1999)

LA RETTA DEI NUMERI



Calendario orizzontale

Elisabetta Monari Martinez

OTTOBRE 2005

BRISTOL



NONNA



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
					6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
					G	V	S	D	L	M	M	G	V	S	D	L	M	M	G	V	S	D	L	M

Orario settimanale

MATTINO

LUNEDI'



MARTEDI'



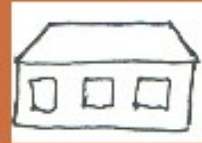
MERCOL.



GIOVEDI'



VENERDI'



SABATO



DOMENICA



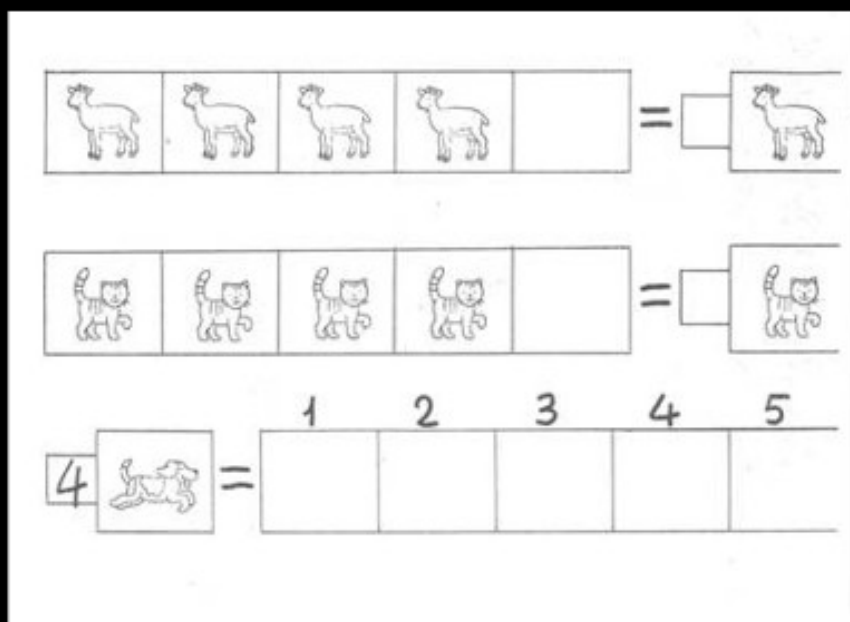
POMERIGGIO



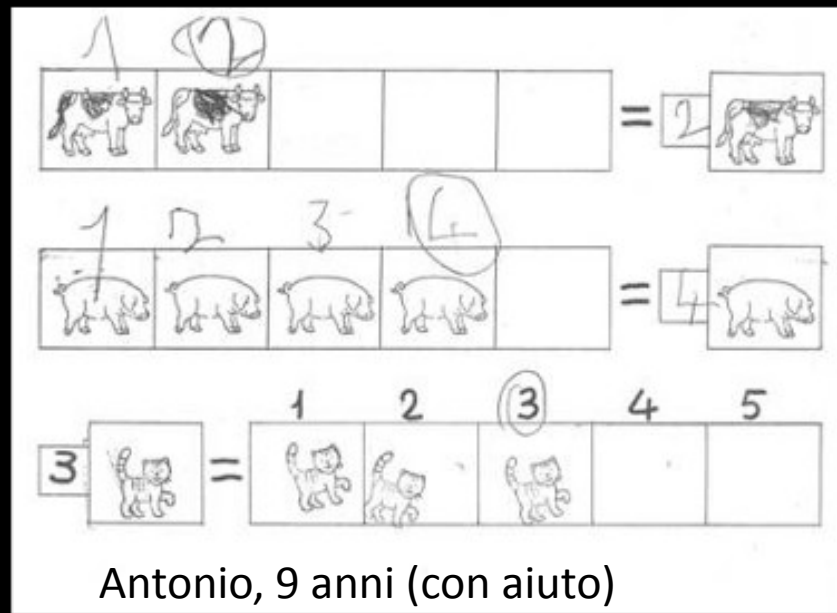
I colori dei giorni della settimana sono gli stessi usati nel calendario.

Schede per il conteggio

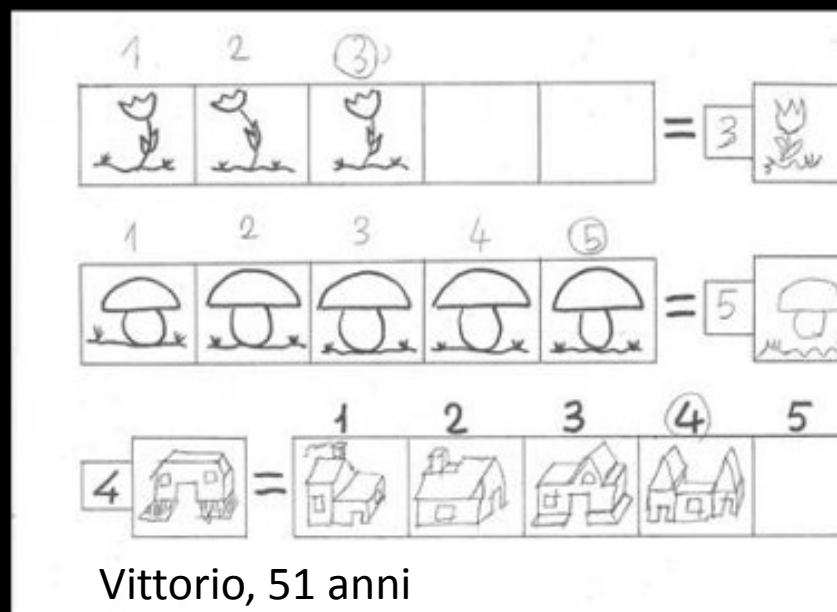
E. Monari Martinez (2002)



Scheda vuota



Antonio, 9 anni (con aiuto)



Vittorio, 51 anni

Sistema decimale

CONTARE = INSCATOLARE



Tabella del 100



Quali difficoltà in matematica per gli studenti con DS?

Le difficoltà sono sicuramente nelle abilità
numeriche mediate dal linguaggio:

CONTEGGIO

CALCOLO MENTALE

TABELLINE

Buone abilità logiche nel lavorare sugli

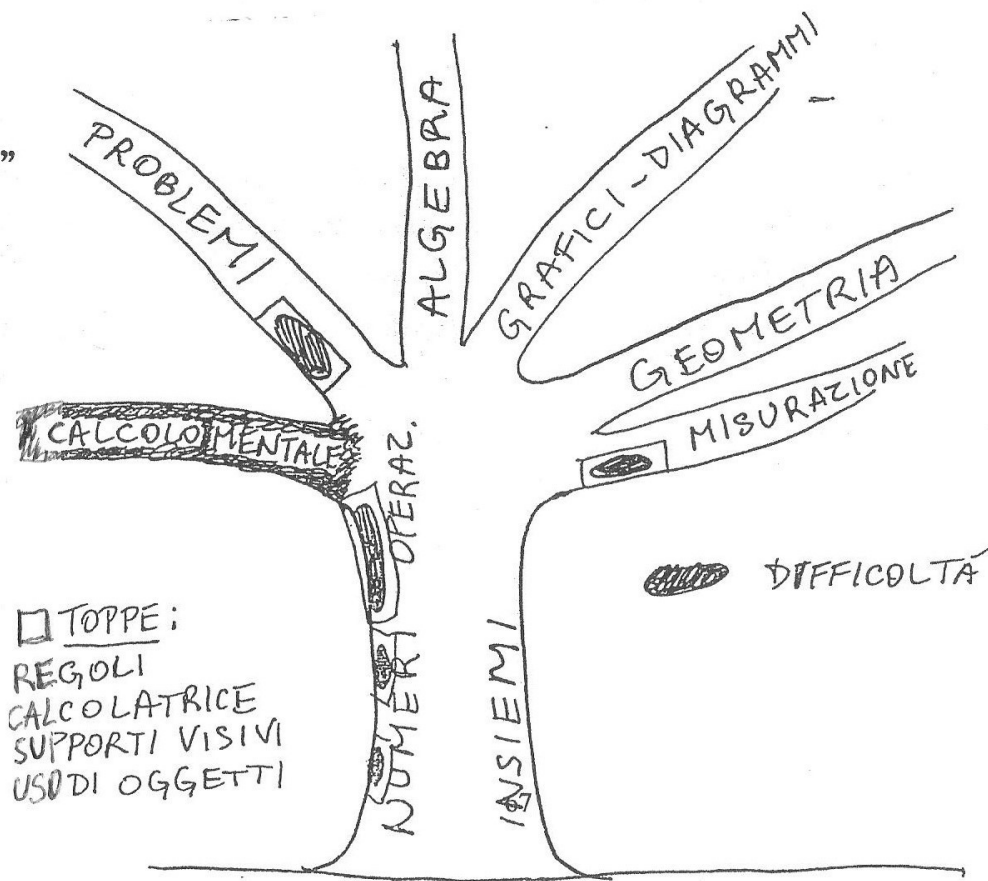
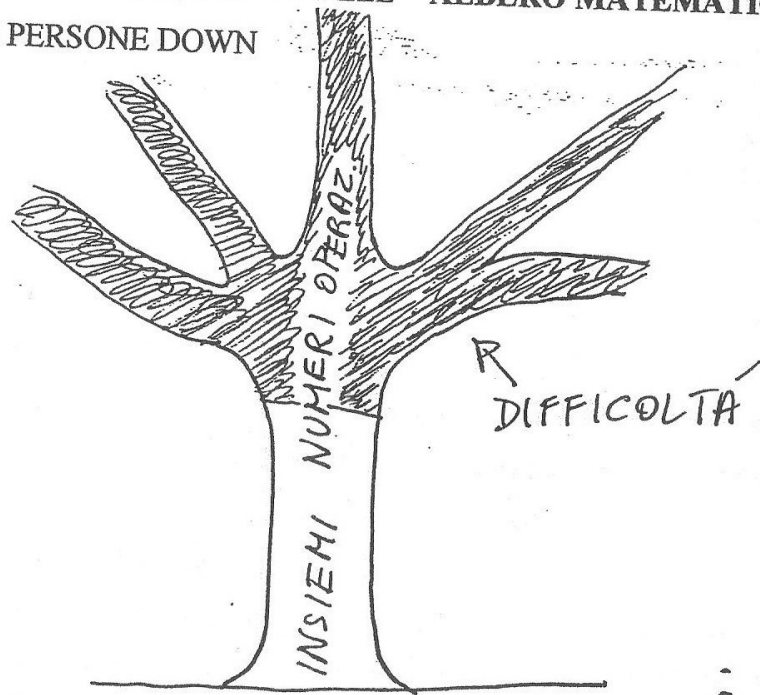
INSIEMI

Possibile sviluppo della matematica nella sindrome di Down

E. Monari Martinez, 2002.

LA NUOVA CONCEZIONE DELL' "ALBERO MATEMATICO" NELLE PERSONE DOWN

VECCHIA CONCEZIONE DELL' "ALBERO MATEMATICO" NELLE PERSONE DOWN



Ricerca di Gherardini e Nocera (2000) su 385 studenti con DS, integrati nelle scuole normali in Italia

TEORIA DEGLI INSIEMI	ELEMEN	MEDIE	SUPER.
Non e' capace di costruire un insieme, descritto da una proprieta'	23%	31%	23%
E' capace di costruire un insieme	76%	66%	76%
Nessuna risposta	1%	3%	1%

SCUOLE	ADDIZIONE			SOTTRAZ			MULTIPL.			DIVISIONE		
	E	M	S	E	M	S	E	M	S	E	M	S
Non e' capace	36	26	10	40	39	25	76	73	60	80	75	69
SA FARLO, usando aiuti visivi o con calcolo mentale	66	72	89	57	60	75	20	25	40	15	23	29
Sa farlo con calcolo mentale	11	15	27	7	12	21	3	7	15	2	3	3
Nessuna risposta	2	2	0	3	2	0	4	2	0	5	1	2

Difficolta' nel problem solving

Gherardini & Nocera, 2000.

RISOLUZIONE DEI PROBLEMI MATEMATICI	ELEMEN	MEDIE	SUPER
Non e' capace di scegliere operarazioni note per risolvere piccoli problemi.	71%	70%	56%
Capace di scegliere operaraz. note per risolvere piccoli problemi.	6%	4%	1%
Nessuna risposta	23%	26%	43%

L'IPOTESI

Le equazioni sono usate per semplificare problemi complessi in campi molto diversi. Perché non usarle per semplificare problemi che sono difficili per gli studenti con sindrome di Down?

Le equazioni possono essere strumenti troppo complessi? Il risultato di uno studio sull'apprendimento dell'algebra con due adolescenti con DS (Monari Martinez, 1998) suggeriva di provare.

Esperienze di “algebra precoce”

Il primo a proporre l'insegnamento dell'algebra formale alle elementari fu Dieudonné (1960): l'approccio algebrico alla soluzione dei problemi matematici espressi verbalmente era considerato migliore di quello aritmetico.

Bodanskii (1991): sperimentò questa ipotesi con bambini russi in 4° elementare e furono più bravi quelli che usavano l'algebra degli altri e mantennero questo vantaggio nella soluzione dei problemi anche nelle classi successive.

Uso delle equazioni nella soluzione di problemi.

Questa ipotesi è stata verificata con *adolescenti con syndrome di Down* nelle seguenti tesi:

- **N. Benedetti (2001)**: studio su una ragazza di 18 anni (Francesca) nella scuola secondaria;
- **E. Baccarin (2002)**: studio su un ragazzo di 14 anni nella scuola media;
- **E. Michelini (2003)**: 6 studenti in un corso;
- **K. Pellegrini (2003)**: 15 studenti a casa;
- **K. Neodo (2004)**: 6 studenti a casa.
- **N. Corazza (2003)**: 19 *studenti tipici* (9-10 anni) in una scuola elementare (4° classe).

PERCHE' usare equazioni nei problemi ?

PROBLEMI:

- A. In una classe di 30 studenti, solo il 40% sono maschi. Quanti maschi ci sono?
- B. In una classe ci sono solo 12 maschi che sono il 40% di tutti gli studenti della classe. Quanti sono gli studenti della classe?
- C. In una classe di 30 studenti, ci sono solo 12 maschi. Quale e' la percentuale dei maschi nella classe?

SENZA EQUAZIONI, noi dobbiamo ricordare una relazione per ciascun tipo di problema:

- A. $PARTE = (PERCENTUALE \div 100) * TUTTO$
- B. $TUTTO = PARTE * 100 \div PERCENTUALE$
- C. $PERCENTUALE = PARTE * 100 \div TUTTO$

USANDO LE EQUAZIONI, dobbiamo ricordare solo la relazione:

$$PARTE = (PERCENTUALE \div 100) * TUTTO$$

Lo studio educativo di Pellegrini (2003)

GLI STUDENTI: 15 adolescenti con DS, 9 maschi e 6 femmine, età 13 – 15 a., scelti a caso nella provincia di Milano. La loro età mentale era di 9 –10 a. (Raven Progressive Matrices, 1928).

Tutti gli studenti erano **inclusi** nelle scuole normali o medie o secondarie.

Questo studio fu fatto a casa loro, nel pomeriggio, 2 volte la settimana, per 6 mesi: durante il **corso** per ciascun argomento veniva chiesto di fare esercizi simili, finchè non venivano fatti giusti.

Un mese dopo la fine del corso, vennero sottoposti ad un **test finale** sugli stessi argomenti.

A ciascun esercizio sia del corso che del test finale fu dato un **voto**.

PUNTEGGIO

0	NON e' capace di farlo
1	E' capace di farlo solo con un FORTE AIUTO
2	E' capace di farlo solo con un PICCOLO AIUTO
3	E' capace di farlo SENZA AIUTO

ESEMPIO DI PUNTEGGIO

Dalla tesi di Katia Pellegrini, 2003

Punteggio grezzo nell'esercizio 33

EX 33	ST 1	ST 2	ST 3	ST 4	ST 5	ST 6	ST 7	ST 8	ST 9	ST 10	ST 11	ST 12	ST 13	ST 14	ST 15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
3	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2	2	1
4	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2
6	3	3	3	3	2	2	3	2	3	3	2	3	3	3	2
7	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
8	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3

PROGRAMMA

Frazioni e percentuali: loro rappresentazione visiva, semplificazione, operazioni, loro uso come operatori;

Equazioni algebriche, a coefficienti razionali, come $ax = b$ e come $ax^2 = b$

Problem solving con equazioni, usando le relazioni:

$$PARTE = FRAZIONE * INTERO$$

$$PARTE = (PERCENTUALE \div 100) * INTERO$$

Problem solving con equazioni, in fisica, usando le relazioni:




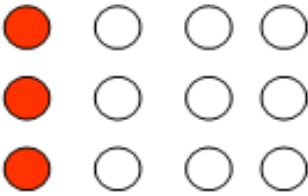
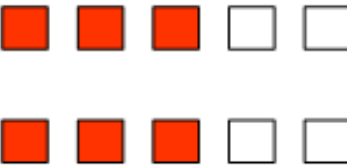
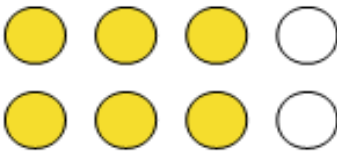
$$s = v_M t$$

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

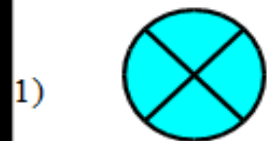
$$v = g t$$

Frazione come operatore:

m/n di A significa che devo dividere A in n parti uguali e poi devo prenderne m parti.

m/n	$1/4$	$3/5$	$3/4$
○ su grandezze continue			
○ su quantità discrete			
○ su numeri	$1/4$ di 12 = $(12:4) \times 1 = 3$	$3/5$ di 10 = $(10:5) \times 3 = 6$	$3/4$ di 8 = $(8:4) \times 3 = 6$

ESERCIZIO : scrivi la frazione corrispondente alla parte della figura colorata



CONTROESEMPI

Dalla tesi di Katia Pellegrini (2003)

- Quale delle seguenti uguaglianze è vera?
(Il segno “=” indica che il rapporto fra la parte colorata dell’area e l’intera area è uguale alla frazione)



$$= 3/4$$

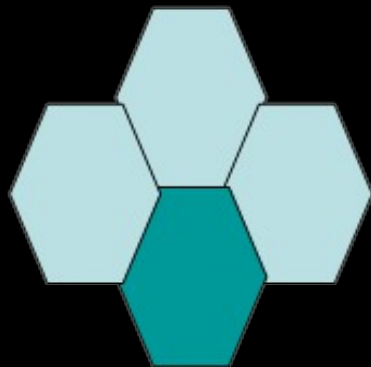


$$= 1/2$$

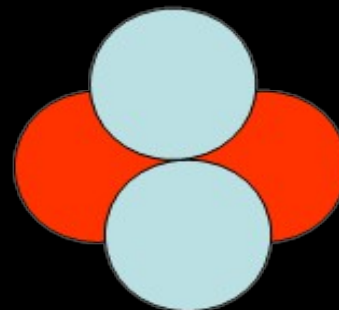


$$= 2/3$$

(falso)



$$= 1/4$$



$$= 2/4$$

(falso)

Dalla Tesi di Katia Pellegrini, 2003

ESERCIZIO: esegui le equazioni con percentuale servendoti dei principi di uguaglianza

1) $\square \% \times 25 = 5$

2) $\square \% \times 16 = 8$

3) $\square \% \times 14 = 7$

4) $\square \% \times 12 = 6$

5) $\square \% \times 45 = 9$

6) $\square \% \times 48 = 12$

7) $\square \% \times 108 = 9$

Tratto dalla tesi di Katia Pellegrini.

DIFFERENZE NEGLI ARGOMENTI

STUDENTI CON DS

NEL CORSO, hanno fatto meglio nelle equazioni e nei problemi con le equazioni che nelle frazioni e nei problemi con oggetti.

NEL TEST FINALE, hanno migliorato nelle frazioni, nei problemi con oggetti e nei problemi con le equazioni, ma comunque le performances con le frazioni sono rimaste peggiori di quelle con le equazioni e con i problemi risolti algebricamente.

STUDENTI TIPICI

NEL CORSO hanno fatto meglio nelle frazioni che nelle equazioni e nei problemi con le equazioni;

NEL TEST FINALE hanno migliorato nelle equazioni, ma non nella risoluzione dei problemi con le equazioni.

CONFRONTO FRA GLI STUDENTI CON SINDROME DI DOWN E GLI STUDENTI TIPICI DELLA STESSA ETA' MENTALE

La differenza fra il punteggio medio dei due gruppi **non è significativa**, nè nel corso, nè nel test finale.

Se consideriamo ciascun argomento, gli studenti tipici superarono quelli con DS nelle frazioni, ma fecero peggio nei problemi con equazioni, sia durante il corso che nel test finale, mentre nelle equazioni non ci furono differenze significative fra i due gruppi.

Studi fatti con Nives Benedetti,

insegnante di sostegno in Istituti Professionali (Alberghiero e Agrario) della provincia di Treviso.
Studi su casi singoli svolti durante l'orario scolastico per promuovere l'integrazione:



Francesca



Martina

Francesca

Francesca era una ragazza con sindrome di Down di 22 anni che frequentava il V anno dell' Istituto Alberghiero di Vittorio Veneto. Sapeva parlare, leggere, scrivere e fare operazioni numeriche scritte:

a 18 anni (classe III) faceva problemi di II elementare, quando è iniziata la nostra sperimentazione sullo studio delle equazioni e della soluzione di problemi, mediante equazioni, applicato anche a "Scienze dell'alimentazione" (calcolo delle tabelle alimentari);

in due mesi ha raggiunto le competenze per raccordarsi al programma di classe sulla geometria analitica e nelle classi IV e V ha seguito il programma di matematica finanziaria impartito dall'insegnante curricolare.

L'esercitazione di economia e gestione può prendersi come esempio perché permette di evidenziare come possono essere semplificate parecchie complessità con l'uso di strumenti matematici anche non elementari, come i logaritmi.

Fig. 2. Francesca's problem on compound interest

Francesca presta a Paola 893,75 € e dopo un certo periodo ritira 1432 €. Quanto tempo sarà passato se Paola percepisce un tasso del 7% annuo composto?

DATI:

$$M = 1432 \text{ €}$$

$$C = 893,75 \text{ €}$$

$$i = 7\% \text{ annuo}$$

$$m = ? \quad 7,01 \text{ anni}$$

FORMULA

$$M = C \cdot (1+i)^m$$

$$1432 = 893,75 \cdot (1,07)^x$$

$$\frac{1432}{893,75} = 1,07^x$$

$$1,602 = 1,07^x$$

$$x = \log_{1,07} 1,602$$

$$x = \log 1,602 : \log 1,07$$

$$x = 7,01$$

In dettaglio il programma di matematica di Francesca nella scuola secondaria

- Frazioni (significato, semplificazioni e operazioni)
- Uso delle parentesi in algebra
- Risolvere l'equazione $a x = b$
- Usare le equazioni per risolvere problemi elementari.
- Piano cartesiano e geometria analitica:
 - equazione di una retta $y = ax + b$, distanza di 2 punti,
 - equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$. Intersezioni.
- Potenze e radici.
- Esponenziali e logaritmi.
- Nutrizione
- Matematica applicata a problemi finanziari.

Martina

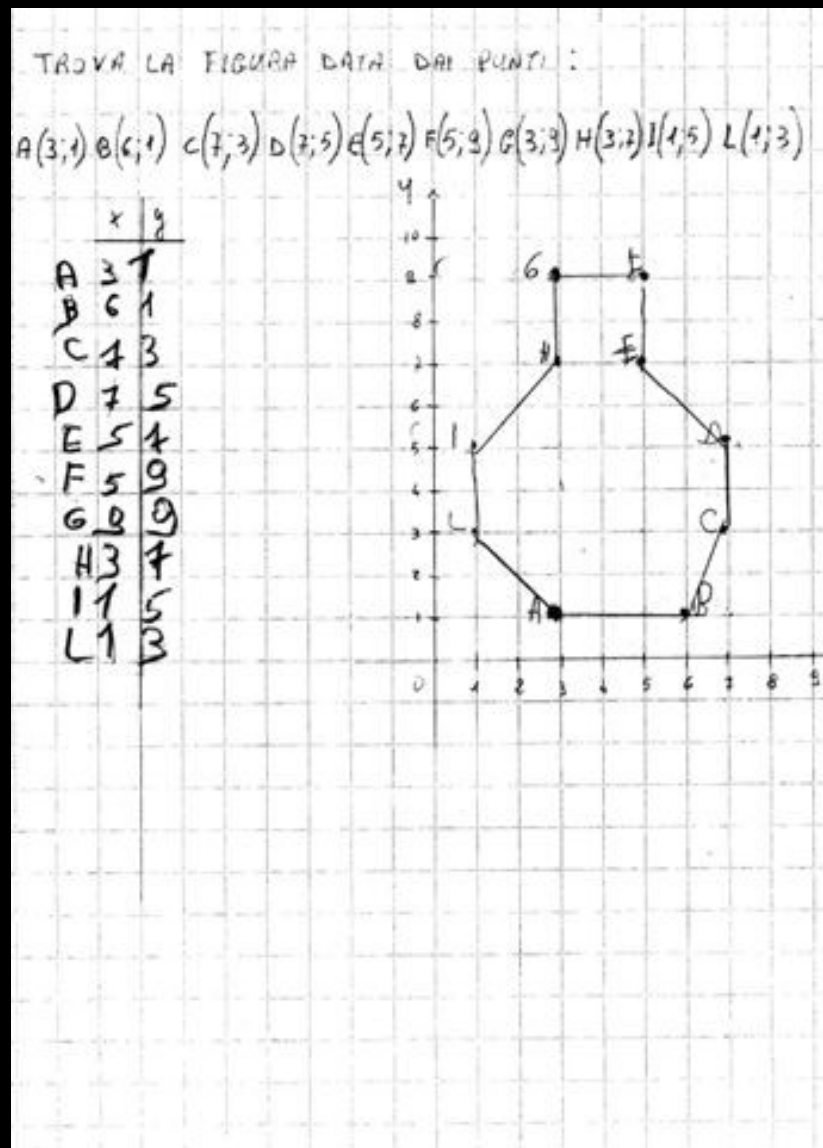
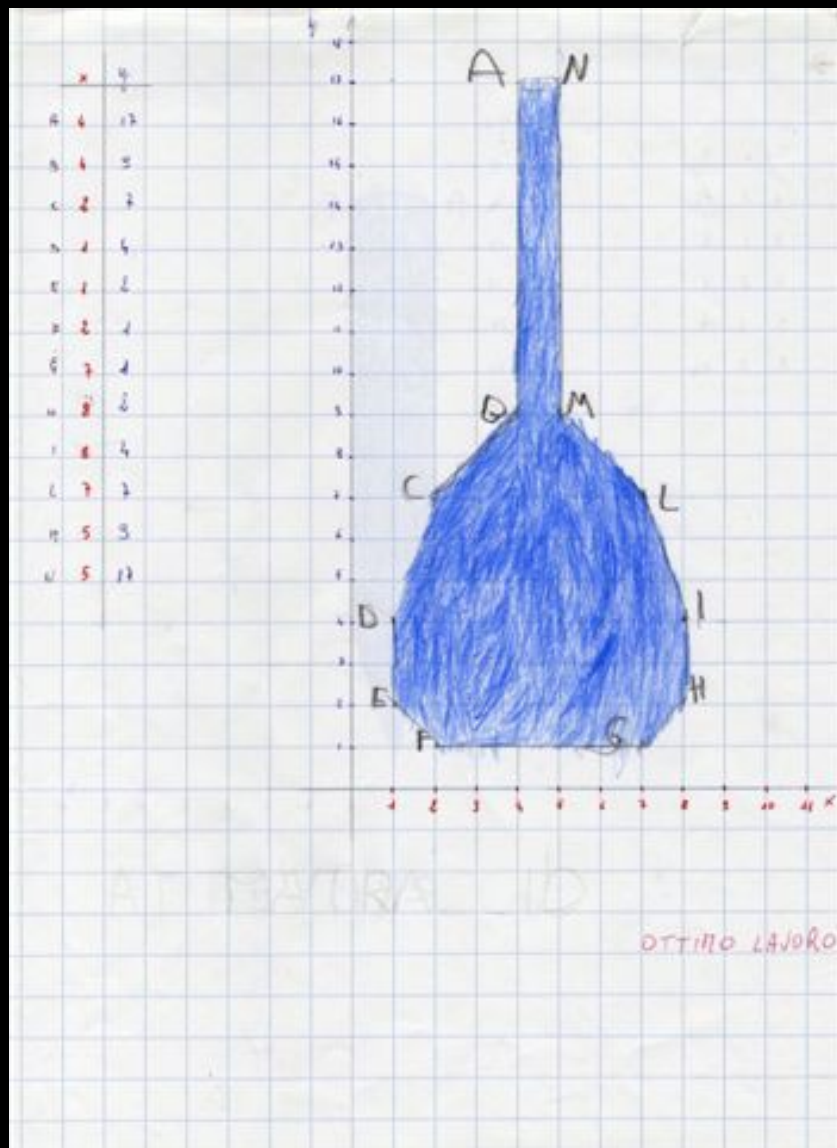
Martina era una ragazza di 16 anni con sindrome di Down che frequentava un istituto professionale per l'agricoltura, pur avendo gravi difficoltà sia linguistiche che numeriche, che di comportamento;

Molto timida, parlava raramente, difficile da coinvolgere in attività scolastiche, sapeva leggere e scrivere solo le lettere dell'alfabeto, qualche parola (non frasi) e le cifre numeriche, ma non sapeva contare fino a 10. Non sapeva usare il righello, nè misurare.

Le piaceva disegnare, colorare, ricalcare i disegni e completarli con altri elementi, come il sole, il mare

Nives partì da queste abilità pittoriche per coinvolgerla nello studio della matematica, iniziando dal piano cartesiano.

Lavori di Martina sul piano cartesiano



Espressioni numeriche di Martina

OPERAZIONI CON FRAZIONI 10/3/05

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4 + 15}{6} = \frac{19}{6}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{21 + 10}{35} = \frac{31}{35}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{5}{2} = \frac{6 + 25}{10} = \frac{31}{10}$$

POTENZE

$$3^4 = 81$$

$$2^5 = 32$$

$3 \times 3 = 9$
 $9 \times 3 = 27$
 $27 \times 3 = 81$

$2 \times 2 = 4$
 $4 \times 2 = 8$
 $8 \times 2 = 16$
 $16 \times 2 = 32$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10 + 21}{30} = \frac{31}{30}$$

$$\frac{4}{11} + \frac{2}{3} = \frac{12 + 22}{33} = \frac{34}{33}$$


$$\frac{3}{5} + \frac{5}{2} = \frac{6 + 25}{10} = \frac{31}{10}$$

$$\left(\frac{2}{15} + \frac{3}{5}\right) \times 3 + 5 - 4^2 =$$

$$\left(\frac{4 + 45}{30}\right) \times 3 + 5 - 16 =$$

$$\frac{49}{10} \times 3 + 5 - 16 = -6,1$$

Fatto con la calcolatrice scientifica



Il programma di matematica di Martina

- Piano Cartesiano: trovare i punti date le coordinate e congiungerli.
- Uso delle parentesi nelle espressioni numeriche fino al secondo livello;
- Uso della calcolatrice scientifica.
- Frazioni (significato, semplificazione e operazioni con la calcolatrice)
- Potenze
- Calcolo di espressioni numeriche con la calcolatrice.
- Geometria analitica: equazione di una retta $y = ax + b$, equazione di una parabola $y = ax^2 + c$, equazione di un'iperbole $y = a/x$
- Distanza di due punti nel piano cartesiano: lei usava la formula e poi la calcolava con la calcolatrice. Dopo verificava il risultato misurando la distanza col righello. Così capì cosa volevano dire i millimetri sul righello.
- Risolvere l'equazione $ax = b$.
- Non poteva usare le equazioni per risolvere i problemi, perchè non sapeva leggere il testo del problema.

Conclusioni

Il programma di matematica può essere adattato usando un ordine diverso da quello usuale.

Righelli e calcolatrici vanno usati per aiutare le difficoltà nel calcolo numerico ed è importante insegnare ad usarli.

Gli studenti con DS imparano bene a seguire una procedura: usare questa importantissima abilità fornendo procedure chiare (scritte o disegnate).

Il successo in matematica aumenta l'autostima di questi studenti che migliorarono anche in altri campi.

L'inclusione in classi normali di ogni studente disabile, indipendentemente dalla gravità, è stato cruciale per ottenere questi risultati.

Bibliografia 1

- Baccarin M.E., Benedetti N., Monari Martinez E. (2004) Strategie per avviare studenti con disabilità alla matematica “avanzata”: equazioni e geometria analitica. *Difficoltà di apprendimento*, 10 (2), 183-200. ISSN 1123-928X.
- Baroody A.J. & Wilkins J. (1999) The development of informal counting, number, and arithmetic skills and concepts. *Mathematics in the early years*, 3, 48-65.
- Bodanskii, F. (1991) The formation of an algebraic method of problem solving in primary school children. In V. Davidov (Ed.) *Soviet studies in mathematics education. Psychological abilities of primary school children in learning mathematics* (vol. 6, pp. 275-338). Reston, VA: NCTM.
- Butterworth B. (1999) *Intelligenza matematica. Vincere la paura dei numeri scoprendo le doti innate della mente*. Rizzoli, Milano.
- Dehaene S. (2001) *Il pallino della matematica*, Mondadori, Milano.
- Faragher R. & Clarke B. (eds) (2014) *Educating Learners with Down Syndrome: Research, theory, and practice with children and adolescents*. Routledge, New York.
- Fuson K. C. (1988), *Children's Counting and Concepts of Number*, Springer Verlag, New York.
- Gherardini, P. & Nocera, S. (2000) *L'integrazione scolastica delle persone Down: una ricerca sugli indicatori di qualità in Italia*, Centro Studi Erichson, Trento.

Bibliografia 2

- Monari Martinez E. (1998) Teenagers with Down Syndrome Study Algebra in High School. *Down Syndrome: Research and Practice*. 5 (1), 34-38.
- Monari Martinez E. (1999), *Lettura, scrittura e matematica per bambini con sindrome di Down*. Copisteria Belzoni, Padova.
- Monari Martinez E. (2002), Learning mathematics at school and.... later on. *Down syndrome news and update*, 2 (1), 19-23, ISSN: 1463-6212.
- Monari Martinez E. & Benedetti N. (2011) Learning mathematics in mainstream secondary schools: experiences of students with Down syndrome. *European Journal of Special Needs Education*, 26(4), 531-540.
- Monari Martinez E. & Benedetti N. (2011) Imparano la matematica i ragazzi con sindrome di Down? Un resoconto di alcuni studi. *Difficoltà in matematica*, 7(2), 175-184.
- Monari Martinez E. & Pellegrini K. (2010) Algebra and problem solving in Down syndrome: a study with 15 teenagers. *European Journal of Special Needs Education*, 25(1), 13–29.
- Piaget, J. (1976), *La genesi del numero nel bambino*, La Nuova Italia, Firenze.
- Zorzi M. (2004) “La rappresentazione mentale dei numeri: neuropsicologia dell’intelligenza numerica”, *Difficoltà in matematica*, vol. 1, n. 1, pp. 57-69.